

Problema 08001: Deducir la ecuación que relaciona velocidades, posiciones y aceleración.

Las ecuaciones del movimiento uniformemente acelerado son:

$$a = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

$$x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$$

Cuando no nos dan datos de tiempos puede ser muy útil la ecuación que relaciona velocidades, posiciones y aceleración. No es una ecuación nueva. La podemos deducir de las dos anteriores. Despejamos el tiempo en la primera y lo sustituimos en la segunda:

$$t - t_0 = \frac{v - v_0}{a}$$

$$x - x_0 = v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$$

$$x - x_0 = v_0 \cdot \frac{v - v_0}{a} + \frac{1}{2}a \left(\frac{v - v_0}{a} \right)^2$$

$$x - x_0 = \frac{v_0(v - v_0)}{a} + \frac{1}{2}a \frac{(v - v_0)^2}{a^2}$$

$$x - x_0 = \frac{v_0 \cdot v - v_0^2}{a} + \frac{1}{2} \frac{(v^2 + v_0^2 - 2v \cdot v_0)}{a}$$

$$x - x_0 = \frac{v_0 \cdot v}{a} - \frac{v_0^2}{a} + \frac{v^2}{2a} + \frac{v_0^2}{2a} - \frac{2v \cdot v_0}{2a}$$

$$x - x_0 = \frac{\cancel{v_0 \cdot v}}{a} - \frac{v_0^2}{a} + \frac{v^2}{2a} + \frac{v_0^2}{2a} - \frac{\cancel{v \cdot v_0}}{a}$$

$$x - x_0 = \frac{-2v_0^2}{2a} + \frac{v^2}{2a} + \frac{v_0^2}{2a}$$

$$x - x_0 = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

$$2a(x - x_0) = v^2 - v_0^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a(x - x_0)$$